

An abstract graphic consisting of a dark blue 3D cube with a red sphere resting on its top surface. The cube is tilted, and the sphere is positioned slightly off-center towards the back-left corner.

# Corso di Idraulica

Prof. A. Balzano

ESERCITAZIONE N°3  
FORONOMIA

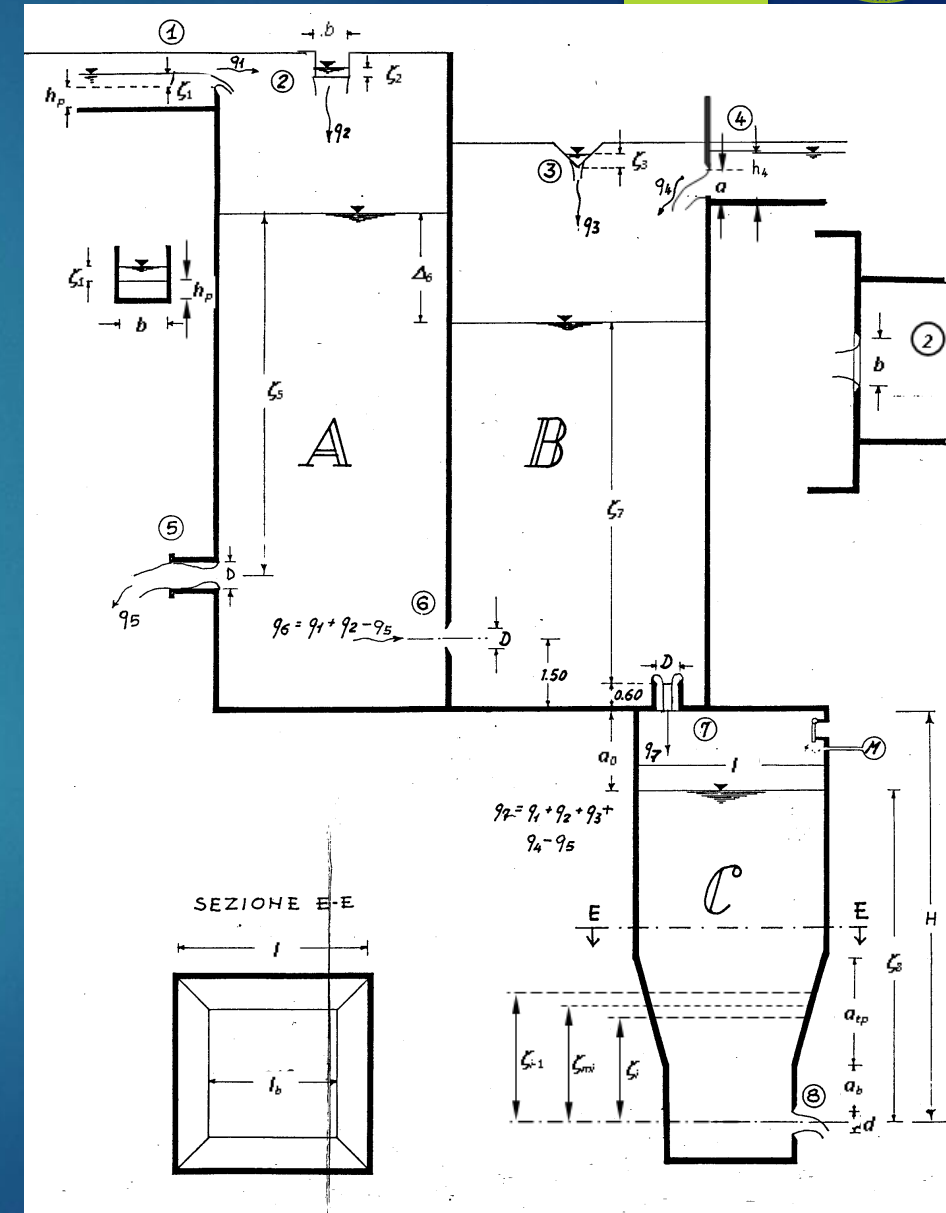
# Foronomia

Lo stramazzo Bazin (1), di larghezza  $b$  ed altezza del petto  $h_p$ , e quello Francis (2), pure di larghezza  $b$ , versano nel recipiente A, che è in comunicazione con il recipiente B a mezzo della luce circolare in parete sottile (6) di diametro  $D$ . Nel recipiente B arrivano anche le portate  $q_3$  dallo stramazzo Thomson (3) e  $q_4$  della paratoia piana (4), la cui luce di fondo ha larghezza  $b$  ed altezza  $a$ . Inoltre, il recipiente A scarica una portata  $q_5$  attraverso la luce munita di tubo addizionale esterno (5) di diametro  $D$  ed il recipiente B versa nel recipiente C a mezzo della luce di Borda (7) di diametro  $D$ . Questo contiene aria in pressione nella parte superiore ed è munito di una valvola di rientrata d'aria; da esso la portata effluisce attraverso la luce in parete sottile (8) di diametro  $d$ .

Assegnati i carichi  $\zeta_1$  ed  $h_4$  dello stramazzo Bazin e della paratoia piana ed i rapporti  $q_2/q_1 = 0,6$ ,  $q_3/q_1 = 0,2$  e  $q_5/q_4 = 0,8$ , determinare:

- 1) Le portate  $q_1$  e  $q_4$  e i carichi  $\zeta_2$  e  $\zeta_3$  rispettivamente dello stramazzo Francis e di quello triangolare, supposte trascurabili le velocità di arrivo ai due stramazzi;
- 2) I carichi  $\zeta_5$  e  $\zeta_7$ , il dislivello  $\Delta_6$  e il livello  $\zeta_8$  sulla luce di fondo del serbatoio C corrispondenti alle situazioni di regime, quando il manometro metallico M segna  $n$   $\text{kp cm}^{-2}$ ;
- 3) Il tempo occorrente perché, chiusa la luce di Borda, il livello del pelo libero nel serbatoio C rispetto alla luce di fondo si riduca dal valore  $\zeta_8$  fino alla quota della base inferiore della parte tronco-piramidale.

– $\zeta_1 = 0,2$ m	– $D = 0,25$ m;	– $n = 0,8$ $\text{kp cm}^{-2}$ ;
– $h_4 = 2,0$ m	– $d = 0,20$ m;	– $h_p = 0,8$ m
– $b = 1,0$ m	– $a = 0,05$ m	– $a_0 = 2,0$ m
– $a_{tp} = 4,0$ m	– $a_b = 1,0$ m	– $l = 4,0$ m
– $l_b = 2,50$ m	– $\gamma = 9'806$ $\text{N m}^{-3}$	



# Foronomia

## ► Quesito 1

- Stramazzo Bazin (formula di Rehbock)

$$q_1 = \mu_1 b \sqrt{2g} \zeta_e^{3/2} \quad \mu_1 = 0,402 + 0,054 \frac{\zeta_e}{h_p}$$

$$\zeta_e = \zeta_1 + 0,0011 \text{ (m)} \quad \text{carico efficace}$$

- Portate  $q_2$  e  $q_3$

$$q_2 = 0,6 q_1 \quad ; \quad q_3 = 0,2 q_1$$

- Stramazzo Thomson

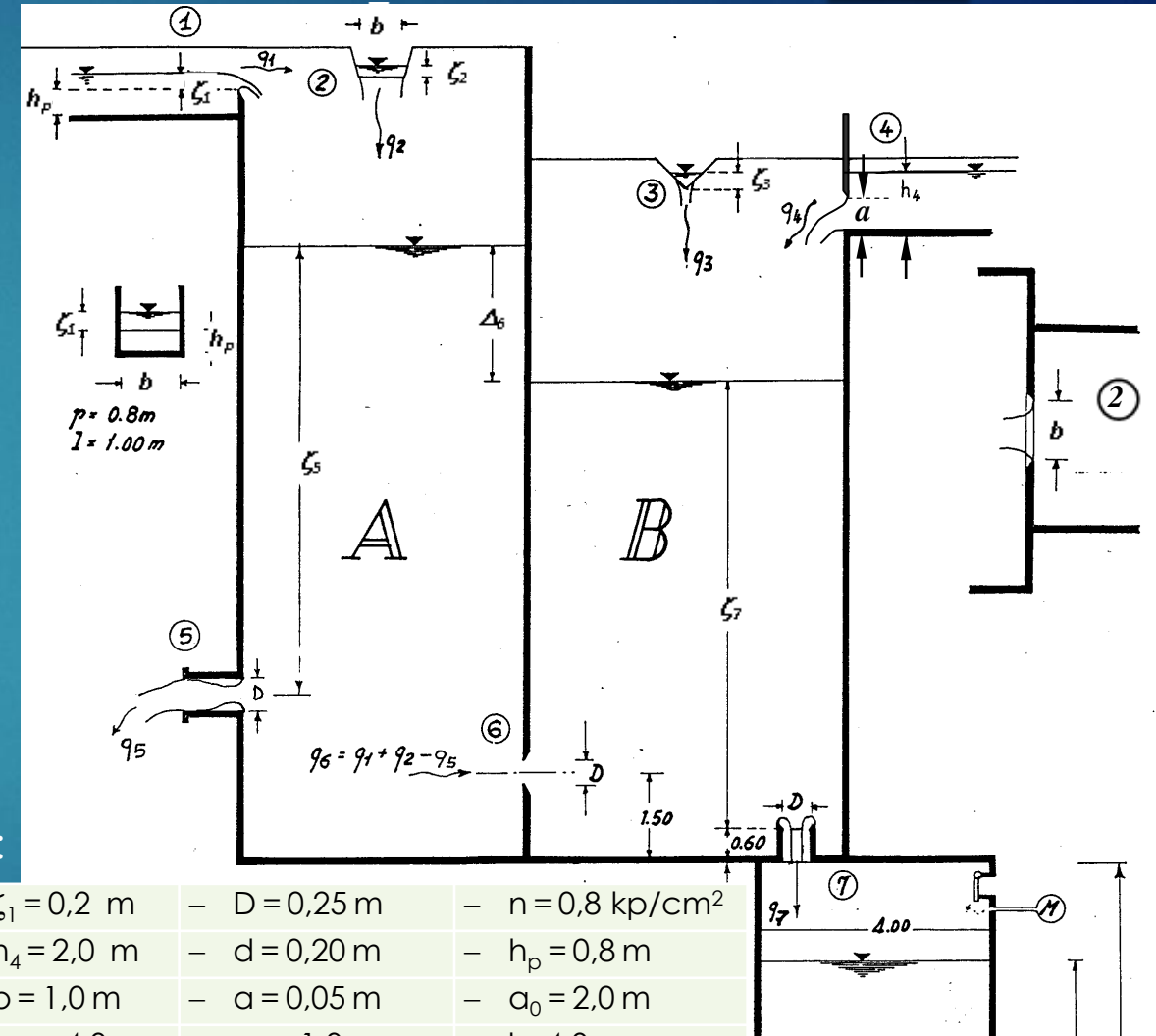
$$q_3 = \frac{8}{15} \mu_3 \sqrt{2g} \zeta_3^{5/2} \quad \longrightarrow \quad \zeta_3 = \left( \frac{15}{8} \frac{q_3}{\mu_3 \sqrt{2g}} \right)^{2/5}$$

$$\mu_3 = 0,6$$

- Stramazzo Francis

$$q_2 = \mu_2 (b - 0,2 \zeta_2) \zeta_2 \sqrt{2g \zeta_2} \quad \mu_2 = 0,415$$

✓ Soluzione numerica (per tentativi) per  $\zeta_2$



Dati:

– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m}$	– $n = 0,8 \text{ kp/cm}^2$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m}$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $a = 0,05 \text{ m}$	– $a_0 = 2,0 \text{ m}$
– $a_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $a_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N/m}^3$	

# Foronomia

## ► Quesito 1

- Paratoia piana

$$q_4 = \mu_4 ab \sqrt{2g(h_4 - a C_c)} \quad \mu_4 = 0,6$$

## ► Quesito 2

- Luce Venturi (tubo addizionale esterno)

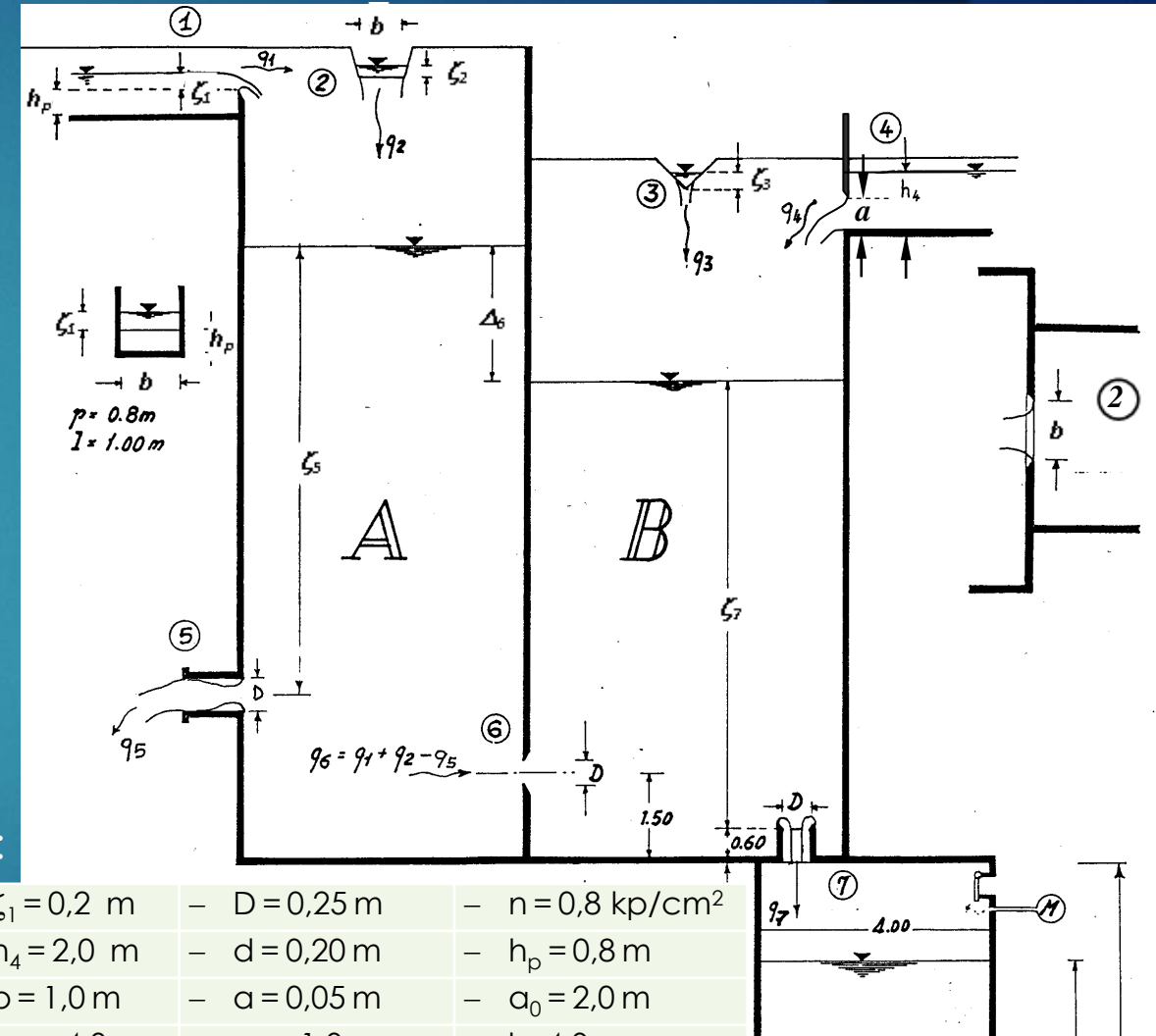
$$q_5 = 0,8 q_4$$

$$q_5 = \sqrt{7/4} \mu_5 \Omega_5 \sqrt{2g \zeta_5} \quad \text{per } \zeta_5 \leq \frac{4 p_{atm}^*}{3 \gamma}$$

$$q_5 = \mu_5 \Omega_5 \sqrt{2g (\zeta_5 + p_{atm}^* / \gamma)} \quad \text{per } \zeta_5 > \frac{4 p_{atm}^*}{3 \gamma}$$

$$\mu_5 = 0,6 \quad ; \quad \frac{p_{atm}^*}{\gamma} = 10,33 \text{ m}$$

- Determinazione di  $\zeta_5$  per tentativi
- Soluzione: valore di  $\zeta_5$  che soddisfa la condizione sulla depressione massima



Dati:

– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m}$	– $n = 0,8 \text{ kp/cm}^2$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m}$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $a = 0,05 \text{ m}$	– $\alpha_0 = 2,0 \text{ m}$
– $\alpha_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $\alpha_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N/m}^3$	



# Foronomia

## ► Quesito 2

- Portate  $q_6$ ,  $q_7$  e  $q_8$  (equazioni di continuità)

$$q_6 = q_1 + q_2 - q_5$$

$$q_7 = q_3 + q_4 + q_6$$

$$q_8 = q_7$$

- Luce rigurgitata

$$q_6 = \mu_6 \Omega_6 \sqrt{2g \Delta_6} \quad ; \quad \mu_6 = 0,6$$

$$\Delta_6 = \left( \frac{q_6}{\sqrt{2g\mu_6\Omega_6}} \right)^2$$

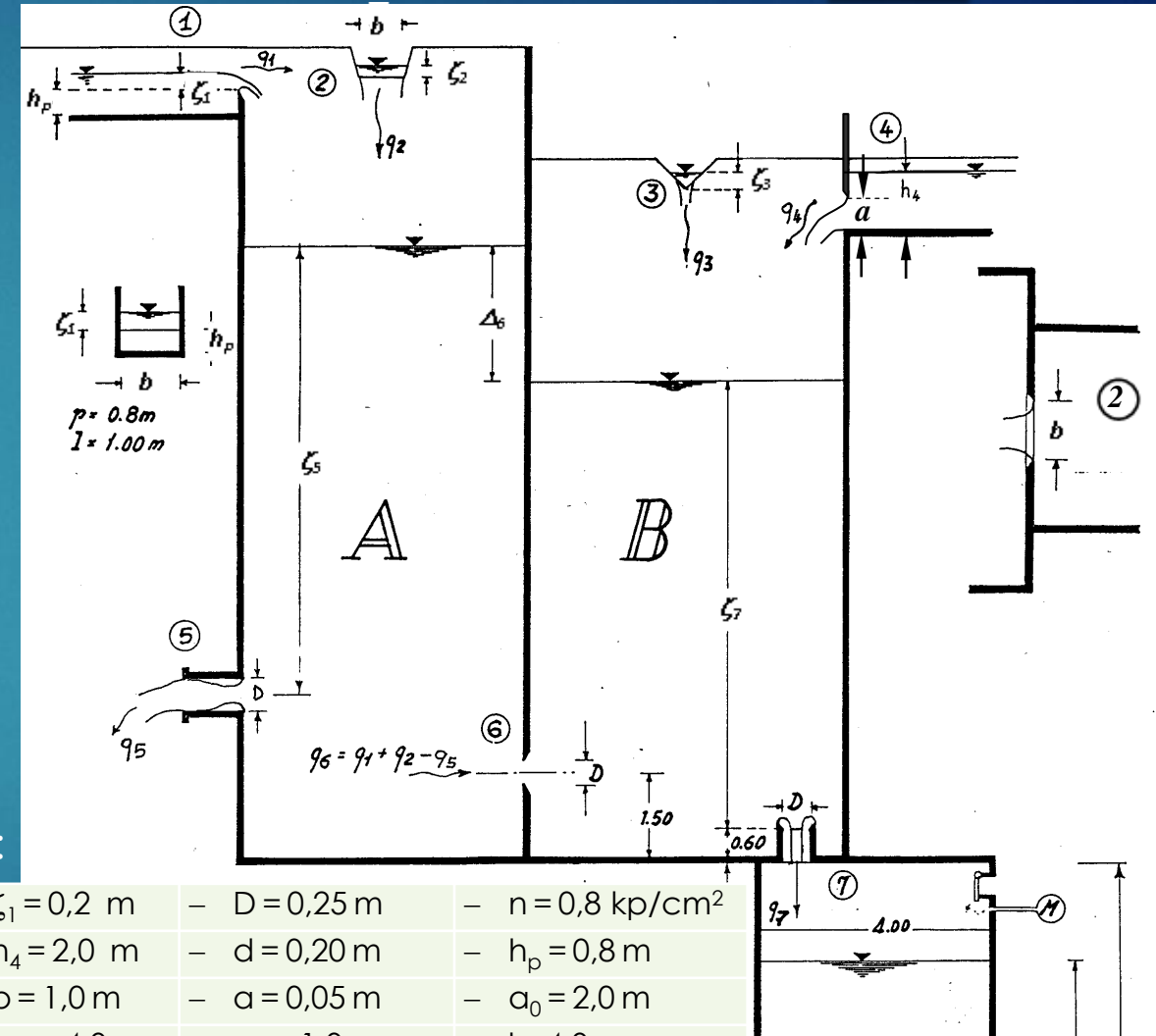
- Luce di Borda

$$q_7 = \mu_7 \Omega_7 \sqrt{2g \left( \zeta_7 - \frac{p_c}{\gamma} \right)} \quad ; \quad \mu_7 = 0,5$$

$$\zeta_7 = \frac{p_c}{\gamma} + \left( \frac{q_7}{\sqrt{2g\mu_7\Omega_7}} \right)^2$$

Dati:

– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m}$	– $n = 0,8 \text{ kp/cm}^2$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m}$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $a = 0,05 \text{ m}$	– $\alpha_0 = 2,0 \text{ m}$
– $\alpha_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $\alpha_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N/m}^3$	



– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m};$	– $n = 0,8 \text{ kp cm}^{-2};$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m};$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $\alpha = 0,05 \text{ m}$	– $\alpha_0 = 2,0 \text{ m}$
– $\alpha_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $\alpha_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N m}^{-3}$	

– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m}$	– $n = 0,8 \text{ kp/cm}^2$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m}$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $a = 0,05 \text{ m}$	– $a_0 = 2,0 \text{ m}$
– $a_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $a_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N/m}^3$	



# Foronomia

## ► Quesito 3

- Fase 1: efflusso con espansione isoterma dell'aria (L. di Boyle-Mariotte)

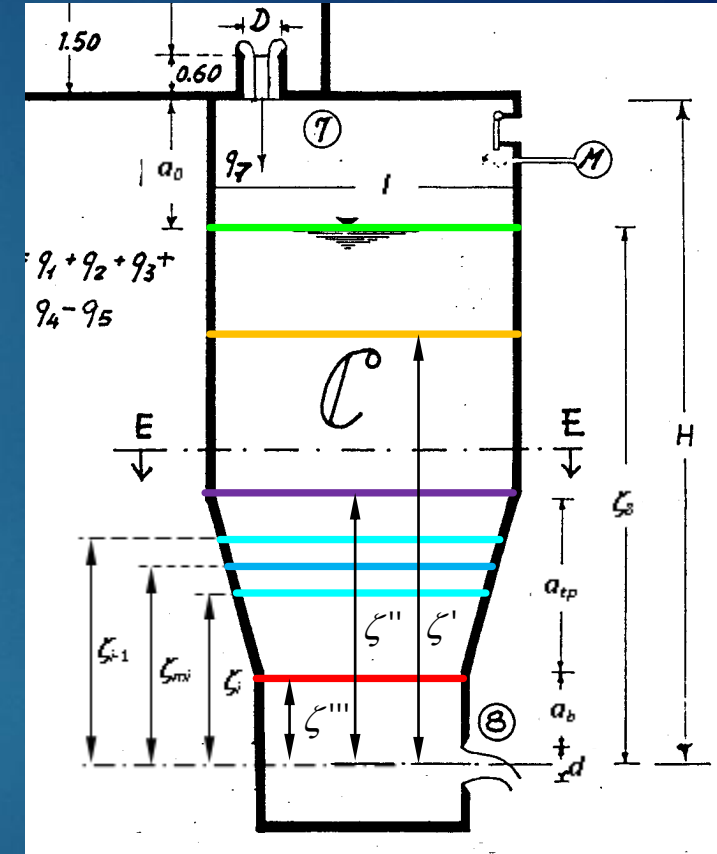
$$q = \mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g \left( \zeta + \frac{p}{\gamma} \right)} \quad ; \quad dt = - \frac{\Sigma}{q(\zeta, p)} d\zeta \quad ; \quad p^* \Sigma (H - \zeta) = \text{cost} = K$$

$$\checkmark \text{ da } \zeta = \zeta_8 \text{ a } \zeta = \zeta' \quad ; \quad \zeta' = H - \frac{K}{p_{atm}^* \Sigma} \quad ; \quad \Sigma = l^2 = \text{cost}$$

$$dt = - \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g \left( \zeta + \frac{p^* - p_{atm}^*}{\gamma} \right)}} d\zeta = - \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} \frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta + \frac{K}{\gamma \Sigma (H - \zeta)} - \frac{p_{atm}^*}{\gamma}}}$$

- ✓ Equazione differenziale a variabili separabili  $(t, \zeta)$
- ✓  $\frac{p_{atm}^*}{\gamma} = 10,33 \text{ m}$  per l'acqua
- ✓ Necessaria integrazione numerica alle differenze finite

$$\frac{d\zeta}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \zeta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{d\zeta}{dt} \cong \frac{\Delta \zeta}{\Delta t} \text{ per } \Delta t \text{ abbastanza piccolo}$$



Dati:

– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m}$	– $n = 0,8 \text{ kp/cm}^2$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m}$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $a = 0,05 \text{ m}$	– $a_0 = 2,0 \text{ m}$
– $a_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $a_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N/m}^3$	



# Foronomia

## ► Quesito 3

- Fase 1: soluzione numerica efflusso con espansione isoterma dell'aria

$$\Delta t_i = \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} \frac{\Delta \zeta}{\sqrt{\zeta_{m_i} + \frac{K}{\gamma \Sigma (H - \zeta_{m_i})} - 10,33}} \quad \begin{cases} \Delta \zeta = \frac{\zeta_0 - \zeta_N}{N} ; \zeta_0 = \zeta_8, \zeta_N = \zeta' \\ \zeta_{m_i} = \frac{\zeta_i + \zeta_{i-1}}{2} ; \zeta_i = \zeta_0 - i \Delta \zeta \end{cases}$$

$$t' = t_{0-N} = \sum_{i=1}^N \Delta t_i \quad \text{durata dell'espansione isoterma}$$

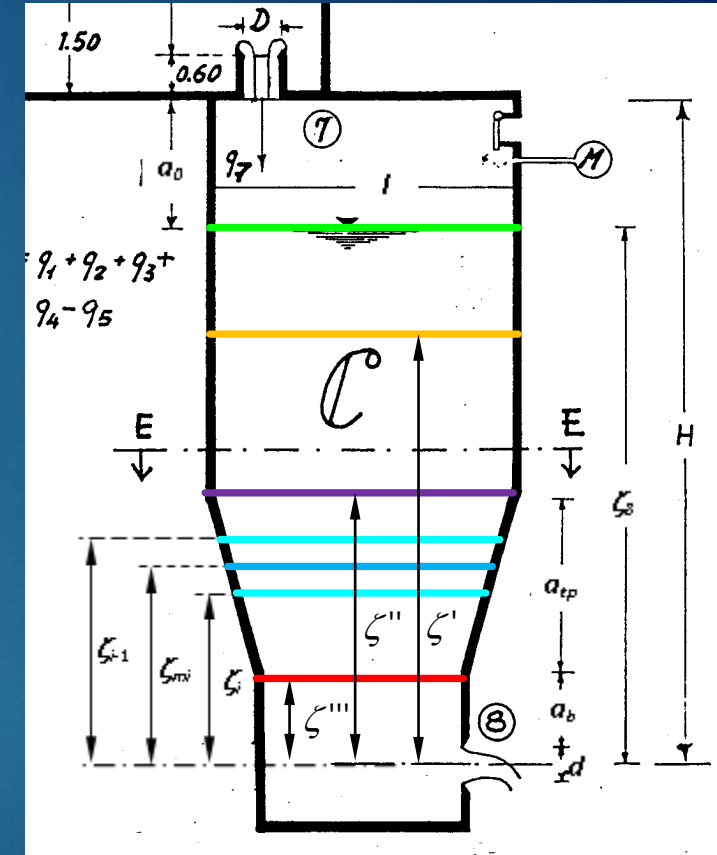
- Fase 2: efflusso a valvola clapet aperta, pelo libero a sezione costante

$$dt = - \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} \frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta}} \quad \longrightarrow \quad t = - \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} 2\sqrt{\zeta} + C \quad (C \text{ cost. integr.})$$

$$\zeta = \zeta' \quad \text{per } t = 0 \quad \longrightarrow \quad C = \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} 2\sqrt{\zeta'}$$

$$t = \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} 2(\sqrt{\zeta'} - \sqrt{\zeta}) \quad \text{fra } \zeta = \zeta' \text{ e } \zeta = \zeta'' = \frac{d}{2} + a_b + a_{tp}$$

$$t'' = \frac{\Sigma}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} 2(\sqrt{\zeta'} - \sqrt{\zeta''}) \quad \text{durata fase 2}$$



Dati:

– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m}$	– $n = 0,8 \text{ kp/cm}^2$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m}$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $a = 0,05 \text{ m}$	– $a_0 = 2,0 \text{ m}$
– $a_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $a_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N/m}^3$	

– $\zeta_1 = 0,2 \text{ m}$	– $D = 0,25 \text{ m}$	– $n = 0,8 \text{ kp/cm}^2$
– $h_4 = 2,0 \text{ m}$	– $d = 0,20 \text{ m}$	– $h_p = 0,8 \text{ m}$
– $b = 1,0 \text{ m}$	– $a = 0,05 \text{ m}$	– $a_0 = 2,0 \text{ m}$
– $a_{tp} = 4,0 \text{ m}$	– $a_b = 1,0 \text{ m}$	– $l = 4,0 \text{ m}$
– $l_b = 2,50 \text{ m}$	– $\gamma = 9'806 \text{ N/m}^3$	

# Foronomia

## ► Quesito 3

- Fase 3: efflusso a valvola clapet aperta, pelo libero a sezione variabile

$$dt = - \frac{a \zeta^{3/2} + b \zeta^{1/2} + c \zeta^{-1/2}}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} d\zeta \quad \text{da cui, integrando:}$$

$$t = - \frac{1}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} \left( \frac{2}{5} a \zeta^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} b \zeta^{\frac{3}{2}} + 2 c \zeta^{\frac{1}{2}} \right) + C \quad \text{con } \zeta = \zeta_{max} \text{ per } t = 0, \text{ da cui:}$$

$$C = \frac{1}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} \left( \frac{2}{5} a \zeta_{max}^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} b \zeta_{max}^{\frac{3}{2}} + 2 c \zeta_{max}^{\frac{1}{2}} \right) \quad \text{e infine}$$

$$t = \frac{1}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} \left[ \frac{2}{5} a \left( \zeta_{max}^{\frac{5}{2}} - \zeta^{\frac{5}{2}} \right) + \frac{2}{3} b \left( \zeta_{max}^{\frac{3}{2}} - \zeta^{\frac{3}{2}} \right) + 2 c \left( \zeta_{max}^{\frac{1}{2}} - \zeta^{\frac{1}{2}} \right) \right]$$

$$\text{fra } \zeta = \zeta_{max} = \zeta'' = \frac{d}{2} + a_b + a_{tp} \quad \text{e} \quad \zeta = \zeta_{min} = \zeta''' = \frac{d}{2} + a_b \quad \text{da cui:}$$

$$t''' = \frac{1}{\mu_8 \Omega_8 \sqrt{2g}} \left[ \frac{2}{5} a \left( \zeta''^{\frac{5}{2}} - \zeta'''^{\frac{5}{2}} \right) + \frac{2}{3} b \left( \zeta''^{\frac{3}{2}} - \zeta'''^{\frac{3}{2}} \right) + 2 c \left( \zeta''^{\frac{1}{2}} - \zeta'''^{\frac{1}{2}} \right) \right] \quad \text{durata fase 3}$$

- Durata complessiva dello svuotamento:  $T = t' + t'' + t'''$

